**А.Е. Горчаков**

**Метод Гаусса для чайников.**

Метод Гаусса применяется при решении систем лине6йных уравнений. Справедливо считается, что это самый практичный метод их решения. Вместе с тем, у студентов иногда возникают трудности, связанные с пониманием сути этого метода. На мой взгляд, трудности эти вызваны тем, что метод использует алгоритм, который выглядит несколько запутанным (только выглядит). Попробую изложить этот алгоритм в форме, которая была бы понятна студенту-гуманитарию.

Суть метода Гаусса состоит в том, чтобы привести расширенную матрицу системы линейных уравнений, т.е. матрицу коэффициентов с добавленным к ней справа столбцом свободных членов, к ступенчатому виду. Матрицей ступенчатого вида называется матрица, у которой все элементы, расположенные ниже главной диагонали, равны нулю. Такая матрица может иметь три основных вида (элементы, обозначенные как :

а) б) в)

Поскольку в методе Гаусса используется расширенная матрица коэффициентов, то теоретически мы должны иметь дело с видом в). Однако, все зависит от конкретных значений коэффициентов системы и мы можем получить еще 2 частных случая:

г) д)

Если мы, в результате преобразований, пришли к случаю в), то система имеет единственное решение. В случае г) система не имеет решений, поскольку, какое бы число мы не умножали на 0, мы не сможем получить действительное число, отличное от 0. В случае д) система имеет множество решений, поскольку хотя бы одна переменная умножается на коэффициент, равный 0 и в столбце свободных членов также стоит 0.

Теперь приступим к описанию метода получения ступенчатой матрицы. Для лучшего понимания сути метода возьмем матрицу размером 4х5 со следующими коэффициентами:

На практике очень удобно когда элемент равен 1. В нашем случае можно переставить строки местами, чтобы этого добиться. Но можно поступить и по-другому: поделить все элементы первой строки на ее первый член. Так и сделаем, в результате получим:

Теперь, для удобства разделим страницу на 2 колонки. В левой будем размещать преобразования исходной матрицы, в правой будем формировать матрицу результата соответственно шагам алгоритма

Итак, исходная матрица

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Нам надо добиться, чтобы все элементы первого столбца, кроме первого были равны 0. Это можно сделать складывая строки. В этом случае строка, которая прибавляется к текущей, должна иметь первый элемент, равный первому элементу текущей строки, но с обратным знаком. Поскольку первый элемент первой строки должен быть не нулевым, то ее и будем прибавлять ко всем остальным. Тем более что ее первый элемент равен 1. Для 2 строки получим  Далее, для 3-й строки  И, наконец, для четвертой строки  Итак, мы можем записать полученный результат:  Поскольку 1 строка и первый столбец больше меняться не будут запишем их в матрицу результата. | Матрица результата после 1-го шага |
| 2. Поскольку 1 строка и первый столбец полученной на 1 шаге матрицы больше нам не нужны будем работать с матрицей  У этой матрицы на позиции стоит 0, поэтому переставим строки местами:  Полученная матрица уже имеет нужный нам вид, поэтому запишем ее 1 строку и 1 столбец в матрицу результата  Полученная матрица имеет нужный нам вид, поэтому запишем ее 1 строку и 1 столбец в матрицу результата. | Матрица результата после 2-го шага |
| 3. Теперь будем работать с матрицей  Теперь умножая 1 строку на  –())  и прибавляя ее ко 2 строке  +  получим: | Матрица результата после 3-го шага |
| 4. У нас осталась 1 строка, ее тоже запишем в результат. Вот и все. | Матрица результата после 4-го шага и последнего шага |

Теперь можно найти решение системы, которое в данном случае будет единственным.